

## Tema 3. Hidrodinámica. Generalidades

1. Definición y conceptos
2. Corrientes con superficie libre y forzada
3. Ecuación de continuidad
4. Ecuación de Bernoulli
5. Concepto de pérdida de carga
6. Número de Reynolds
7. Régimen laminar y régimen turbulento

### 1. Definición y conceptos.

Recordamos (tema 1) que *la Hidrodinámica es la parte de la Hidráulica que estudia el movimiento de los fluidos.*

- *Líneas de corriente:* Línea imaginaria continua, tangente en cada punto al vector velocidad de la partícula que en un instante determinado pasa por dicho punto. Las líneas de corriente son las envolventes de la velocidad de todas las partículas en un determinado instante, por lo que varían, en general, con el tiempo.

Las líneas de corriente no pueden cortarse (excepto en puntos singulares como fuentes o sumideros), pues entonces una misma partícula pertenecería a la vez a ambas y tendría dos direcciones simultáneas de movimiento.

- *Tubo de corriente o superficie de corriente:* Tubo real o imaginario cuyas paredes son líneas de corriente. En los flujos en tuberías el tubo de corriente puede ser uno de los tubos reales que la componen.
- *Vena líquida:* Volumen de líquido delimitado por el tubo de corriente. La superficie de contorno limitante puede ser una pared sólida (tubería), el propio líquido o la atmósfera.

- *Filete de corriente*: Tubo de corriente de sección transversal elemental en el que la velocidad de las partículas líquidas es constante. Cuando la sección transversal tiende a cero, entonces el filete se transforma en una línea de corriente.
- *Trayectoria*: Lugar geométrico de las posiciones que describe una misma partícula en el transcurso del tiempo.
- *Línea de traza o emisión*: Lugar geométrico instantáneo de todas las partículas que han pasado por un punto determinado. Pueden observarse cuando se inyecta un colorante a un líquido en movimiento.
- *Caudal másico*: Masa de líquido que atraviesa una sección en la unidad de tiempo.
- *Caudal volumétrico*: Volumen de líquido que atraviesa una sección en la unidad de tiempo.

## 2. Corrientes con superficie libre y forzada.

Las corrientes de líquido pueden ser de dos tipos: con superficie libre o forzada.

*Corrientes con superficie libre* son aquellas en las que parte de la sección transversal está en contacto con la atmósfera. Es el caso de los canales.

En las *corrientes a presión o conducciones forzadas* todo el contorno está mojado, es decir, funcionan a plena sección, y el movimiento del líquido se debe a la presión reinante en su interior, pudiendo presentar, por tanto, pendientes y contrapendientes.

El *eje hidráulico* en las corrientes forzadas es el lugar geométrico de los baricentros de todas las secciones transversales, por lo que coincide con el eje geométrico de la tubería. En corrientes libres es el lugar geométrico de los baricentros de las superficies libres en contacto con la atmósfera.

El *radio hidráulico* (R) se define como el área de la sección transversal (s) dividido entre el perímetro mojado (c).

$$R = \frac{s}{c}$$

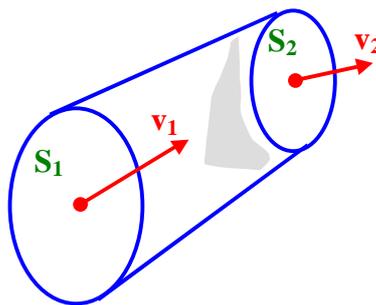
En el supuesto de una tubería circular funcionando a plena sección, el radio hidráulico valdría:

$$R = \frac{s}{c} = \frac{\pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}$$

### 3. Ecuación de la continuidad

Es la ecuación de conservación de la masa.

Consideramos dos secciones  $s_1$  y  $s_2$  en una tubería por la que circula un líquido a velocidades  $v_1$  y  $v_2$ , respectivamente. Si en el tramo de conducción comprendido entre ambas secciones no existen aportes ni consumos, *la cantidad de líquido que atraviesa la sección  $s_1$  en la unidad de tiempo (caudal másico) debe ser igual a la que atraviesa  $s_2$ :*



Como  $m = \rho \cdot \text{volumen} = \rho \cdot s \cdot L = \rho \cdot s \cdot v \cdot t$ , en la unidad de tiempo:

$$m_1 = m_2 = Q_{\text{másico}} = \rho_1 \cdot s_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot s_2 \cdot v_2 = \text{constante}$$

El líquido con el que trabajamos es el agua, de compresibilidad despreciable en las condiciones normales de trabajo en las redes de distribución, por lo que  $\rho_1 = \rho_2$ .

$$\text{Entonces, } s_1 \cdot v_1 = s_2 \cdot v_2 = Q_{\text{volumétrico}} = \text{constante}$$

*El caudal volumétrico a lo largo de una conducción, sin aportes ni consumos intermedios, es constante.*

De la ecuación de continuidad se deduce que *las velocidades medias de un flujo líquido son inversamente proporcionales a sus respectivas secciones.*

#### 4. Ecuación de Bernoulli

Es la ecuación de conservación de la energía.

La energía que posee cada punto de un fluido en movimiento puede ser:

Energía potencial (por su posición):  $E_p = m \cdot g \cdot h$  siendo  $h=z$  (cota).

$$\text{Energía de presión: } E_{\text{presión}} = F \cdot L = P \cdot S \cdot L = \frac{m}{\rho} \cdot P = \frac{m \cdot g}{\gamma} \cdot P$$

$$\text{ya que } m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot L \text{ y } \gamma = \rho \cdot g$$

$$\text{Energía cinética (debido a su velocidad): } E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Particularizando entre dos secciones 1 y 2 de la conducción, sumando y dividiendo entre  $m \cdot g$ :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_2^2) + m \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{m \cdot g}{\gamma} \cdot (P_1 - P_2) = 0$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = 0$$

$$\text{Luego } \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = \text{constante}$$

Que es la **ecuación de Bernouilli** o de conservación de la energía, y que indica que *en un fluido en movimiento sometido a la acción de la gravedad, la suma de las alturas geométrica, manométrica y cinética es constante para los diversos puntos de una línea de corriente.*

En realidad, el término cinético  $\frac{v^2}{2 \cdot g}$  varía al variar el módulo de  $v$  según el punto de la sección transversal considerada. Para que realmente represente a la energía cinética media que pasa por la sección, se corrige con el *coeficiente de Coriolis* ( $\alpha$ ), quedando el término cinético como  $\alpha \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$ . En régimen laminar,  $\alpha = 2$ , y en régimen turbulento,  $\alpha = 1$ . Como en Hidráulica se trabaja generalmente en régimen turbulento, este término no se verá afectado.

Recapitulando, recordamos (tema 2) que un líquido en reposo posee la misma energía en cualquier punto. Por unidad de masa, la suma de las energías de posición y de presión es constante para cualquier punto de la sección transversal.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = H \quad (\text{altura o cota piezométrica})$$

Si el líquido está en movimiento, por el hecho de llevar una velocidad  $v$ , posee una energía cinética por unidad de masa  $E_c = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ .

Así la energía total que posee un fluido incompresible en movimiento, medida en mca, es:

$$E = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g}, \quad \text{siendo } z + \frac{P}{\gamma} \text{ constante en toda la sección.}$$

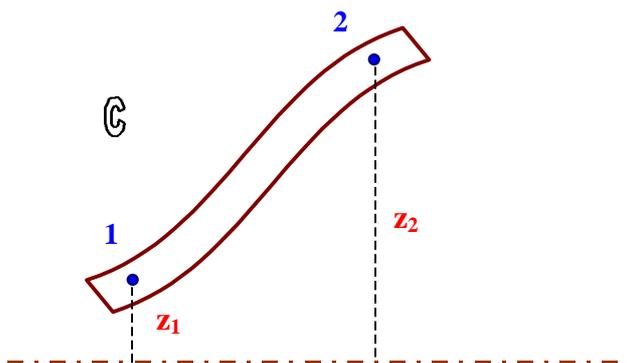
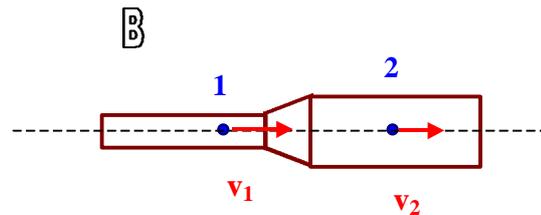
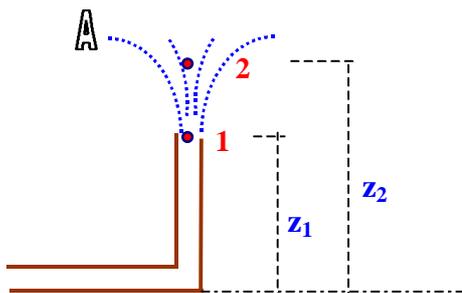
La ecuación de Bernouilli o ecuación de la energía se expresa:

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = \text{cte}$$

Y particularizada entre 2 secciones de la tubería:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

La Ecuación de Bernouilli permite que a lo largo de un flujo los tres términos experimenten modificaciones por intercambio de unos valores con otros, pero siempre debe mantenerse la suma total.



Por ejemplo, en la situación A, los puntos 1 y 2 poseen la misma presión (la atmosférica), por lo que se estaría produciendo una transformación de energía cinética en energía de posición. En B, los dos puntos poseen la misma cota, pero  $v_2 < v_1$  al ser mayor la sección respectiva; en

este caso se produce una transformación de energía cinética en energía de presión. Por último, en C no se produce variación en la velocidad al ser la sección de la tubería constante, por lo que el aumento de la energía de posición se debe realizar a costa de la energía de presión.

## 5. Concepto de pérdida de carga.

La Ecuación de Bernouilli puede considerarse válida sólo para líquidos no viscosos o para dos puntos muy próximos, ya que en la realidad, aunque las transformaciones se realizan de la forma indicada, las expresiones no son del todo exactas. En efecto, un principio elemental de la física establece que *en toda transformación energética existe una degradación*, es decir, los rozamientos convierten en calor parte de la energía transformada, por lo que el miembro de la derecha (si la transformación se efectúa de izquierda a derecha) se verá disminuido. Para que la igualdad se mantenga, la ecuación deberá quedar:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + h_{1-2} \quad [1]$$

El término  $h_{1-2}$  representa las pérdidas de energía que se producen en la transformación, se expresa también en mca y se conoce como *pérdida de carga*.

Las pérdidas de carga puede ser de dos tipos:

1. *Pérdidas de carga continuas o por rozamiento* ( $h_c$ ): Se deben a la viscosidad del líquido y se producen a lo largo de toda la conducción. Suelen expresarse como producto de la pérdida de carga unitaria (J) y la longitud del tramo considerado (L). La representación gráfica de  $h_c$  en función de la longitud L sería una recta de pendiente J.

$$h_c = J \cdot L$$

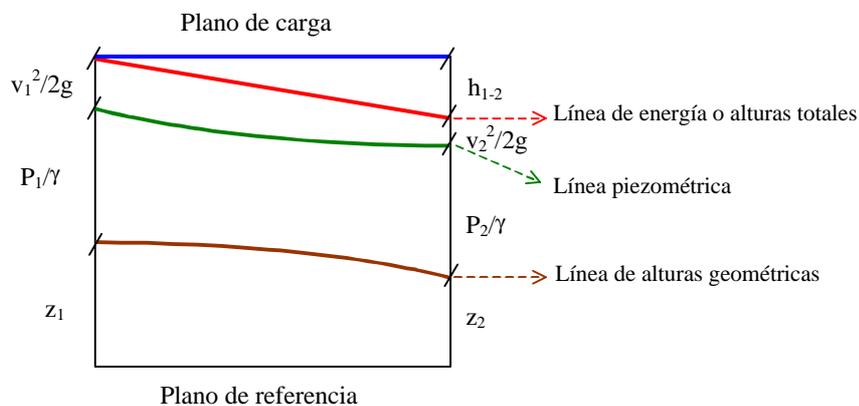
La pérdida de carga por unidad de longitud depende de la rugosidad de la tubería, de su diámetro, del caudal que circula por ella y de su velocidad.

2. *Pérdidas de carga locales, accidentales o singulares* ( $h_s$ ): Están producidas por perturbaciones de la corriente líquida en puntos concretos, como derivaciones, válvulas, cambios de sección, etc.

La *pérdida de carga total* en una conducción será la suma de las dos:

$$h_T = h_C + h_s$$

La representación gráfica de la situación energética planteada en [1] sería la indicada en la figura.



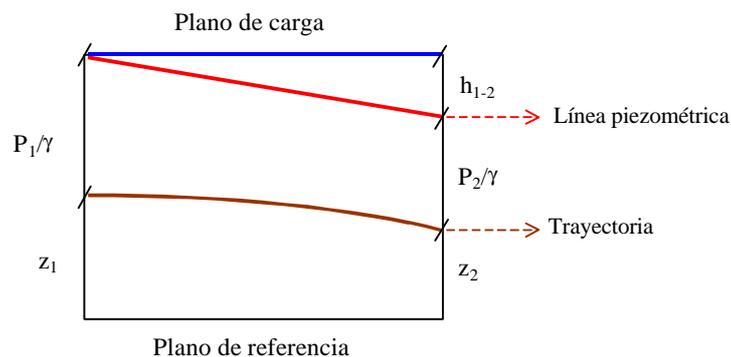
La trayectoria de la tubería define la *línea de alturas geométricas*, que corresponde en cada punto a la cota  $z$  del eje longitudinal de la tubería referido a un plano de referencia.

La *línea piezométrica* (LP) es la suma de las alturas de presión y de posición, y se determina uniendo los puntos que alcanzaría el fluido circulante en distintos piezómetros conectados a lo largo de la tubería.

La *línea de alturas totales* se obtiene sumando para cada punto de la tubería las cotas piezométricas y las alturas de velocidad, y representa la energía total del fluido.

La línea de alturas totales se emplea en raras ocasiones por la poca importancia del término  $\frac{v^2}{2 \cdot g}$  frente a los demás. Normalmente, en la práctica, suele despreciarse, y se supone que el montante energético en un punto de la conducción viene dado por la línea de alturas piezométricas. Esto se justifica por ser las velocidades normales en una conducción las comprendidas entre 0.5 y 2.5 m/s, que elevadas al cuadrado y divididas por  $2 \cdot g$  supone entre 0.01 y 0.3 mca, frente a la presión de decenas de metros que acostumbran a tener las redes. Además, los levantamientos topográficos no suelen tener una precisión superior los  $\pm 0.5$  m.

Por todo ello y como regla general, los pocos centímetros de la energía cinética son del todo despreciables, quedando las líneas de energía como se indica en la siguiente figura. En este caso, el plano de carga coincide con la



*línea de presiones estáticas*, que es la línea que une las presiones a lo largo de la tubería cuando el fluido no está en movimiento.

Sin embargo, hay situaciones en que la energía cinética no puede despreciarse, como en los *medidores Venturi*, que se emplean para determinar el caudal de paso por una conducción y que basan su principio de cálculo en la medida de la diferencia de los términos cinéticos entre dos secciones de distinto diámetro. Tampoco en las *toberas*, en las que la energía de presión se transforma en cinética, ni en *regímenes transitorios*, en los que hay que considerar ese término.

### **A tener en cuenta en la representación gráfica de la LP.**

- En el caso de pérdidas localizadas, como las que se producen en válvulas, codos, etc., la línea de alturas piezométricas sufre un descenso puntual igual a la pérdida de carga local.
- Si hay instalada una bomba (que comunica energía al fluido), la LP aumentará en ese punto en un valor igual a la altura de presión que la bomba esté proporcionando en ese instante.
- Si en algún caso la presión en el interior de la tubería es inferior a la atmosférica (presión manométrica negativa), la LP irá por debajo de la línea de alturas geométricas, ya que  $\frac{P}{\gamma}$  será negativo. Si  $\frac{P}{\gamma}$  es muy negativo puede haber peligro de cavitación.
- La LP en un depósito abierto es igual a la cota a que se encuentra el nivel del agua en el mismo, pues la presión en la superficie del agua es la atmosférica  $\left(\frac{P}{\gamma} = 0\right)$ .
- Para determinar la LP o línea de carga hay que aplicar la ecuación de Bernouilli entre el punto de origen y el final, resolviendo el problema globalmente para después reparar en las pérdidas de carga particulares de cada elemento concreto.

## **6. Régimen laminar y régimen turbulento.**

Cuando un fluido circula por una tubería lo puede hacer en régimen laminar o en régimen turbulento. La diferencia entre estos dos regímenes se encuentra en el comportamiento de las partículas fluidas, que a su vez depende del balance entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas o de rozamiento.

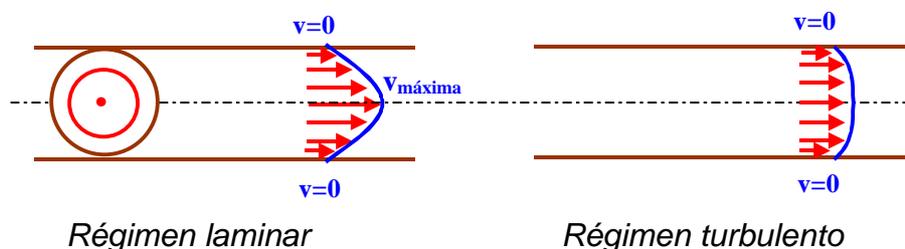
Como se verá posteriormente, el número de Reynolds es el parámetro que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las viscosas en el interior de una corriente, por lo que el régimen hidráulico va a depender de su valor.

**Régimen laminar:** las partículas del líquido se mueven siempre a lo largo de trayectorias uniformes, en capas o láminas, con el mismo sentido, dirección y magnitud. Suele presentarse en los extremos finales de los laterales de riego y en microtubos de riego.

En tuberías de sección circular, si hacemos un corte transversal, las capas de igual velocidad se disponen de forma concéntrica, con  $v \approx 0$  junto a las paredes de la tubería y velocidad máxima en el centro.

Corresponde el régimen laminar a bajos valores del número de Reynolds y suele darse a pequeñas velocidades, en tubos con pequeño diámetro y con fluidos muy viscosos (aceites). En estas condiciones, las fuerzas viscosas predominan sobre las de inercia.

**Régimen turbulento:** las partículas se mueven siguiendo trayectorias erráticas, desordenadas, con formación de torbellinos. Cuando aumenta la velocidad del flujo, y por tanto el número de Reynolds, la tendencia al desorden crece. Ninguna capa de fluido avanza más rápido que las demás, y sólo existe un fuerte gradiente de velocidad en las proximidades de las paredes de la tubería, ya que las partículas en contacto con la pared han de tener forzosamente velocidad nula.



El paso de régimen laminar a turbulento no se produce de manera instantánea. Cuando se trabaja en régimen laminar, a velocidades bajas, y se

fuerza al fluido para que adquiriera mayor velocidad, comienzan a aparecer ondulaciones (régimen crítico), y de persistir este aumento llevará al fluido a alcanzar el régimen turbulento. Así, un filete de colorante inyectado en una corriente laminar sigue una trayectoria bien definida. Si aumentamos la velocidad, el filete comenzará a difundirse hasta terminar coloreando toda la corriente (régimen turbulento).

En el movimiento de un fluido a través de una conducción se comprueba, dependiendo de la viscosidad del fluido y del diámetro del tubo, que en cada caso existe una velocidad crítica por debajo de la cual el régimen laminar es estable. Para velocidades superiores a la velocidad crítica este régimen es inestable y pasa a turbulento ante cualquier vibración.

Dentro del régimen turbulento se pueden encontrar tres zonas diferentes:

*Régimen turbulento liso:* las pérdidas que se producen no dependen de la rugosidad interior del tubo. Se presenta para valores del número de Reynolds bajos por encima de 4000.

*Régimen turbulento de transición:* las pérdidas dependen de la rugosidad del material del tubo y de las fuerzas de viscosidad. Se da para números de Reynolds altos, y depende del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

*Régimen turbulento rugoso:* Las pérdidas de carga son independientes del número de Reynolds y dependen sólo de la rugosidad del material. Se da para valores muy elevados del número de Reynolds.

## 7. Número de Reynolds.

Osborne Reynolds (1842–1912) publicó en 1883 su clásico experimento mediante el que estableció que el paso de régimen laminar a turbulento, que varía al modificar la velocidad y/o la viscosidad, quedaba condicionado a un valor de la agrupación adimensional  $v \cdot \frac{D}{\nu}$ , hoy llamado *Número de Reynolds*

(Re). El número crítico de Reynolds  $(Re)_c$ , es decir, el valor de Re que marcaría el paso del régimen laminar al turbulento, para tuberías vale 2300 (2320 exactamente según algunos autores).

Para encontrar significado a su número, Reynolds comprobó experimentalmente el paso del flujo laminar al turbulento cuando  $Re > 2300$  al aumentar la velocidad. No obstante, en condiciones de laboratorio, Reynolds obtuvo el valor  $Re = 12000$  antes de que empezara la turbulencia. Posteriormente, otros investigadores llegaron a obtener valores de  $Re = 75000$  antes de que se produjeran turbulencias. Estos valores conseguidos en laboratorio y bajo condiciones especiales no tienen ningún interés práctico, ya que las tuberías comerciales presentan irregularidades en su superficie interna que producen flujos turbulentos para valores de Re mucho más bajos.

Aunque  $(Re)_c = 2300$ , lo cierto es que para valores de Re comprendidos entre 2000 y 4000 la situación es bastante imprecisa. A efectos de cálculo de tuberías interesa saber que para Re menores de 2000 el régimen es laminar, y aunque este régimen se rompa accidentalmente, vuelve a restablecerse por sí solo.

En definitiva:  **$Re < 2000$** : Régimen laminar.  
 **$2000 < Re < 4000$** : Zona crítica o de transición.  
 **$Re > 4000$** : Régimen turbulento.

Matemáticamente, el Re es un parámetro adimensional que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de viscosidad o de fricción en el interior de una corriente.

Las fuerzas de inercia que actúan sobre un volumen  $L^3$  de corriente vienen dadas por la ecuación de Newton:  $F_i = m \cdot a$ .

$$\text{Por lo tanto, } F = \underbrace{\rho \cdot L^3}_{\text{masa}} \cdot \underbrace{\frac{V}{T}}_a, \text{ y como } \frac{L}{T} = v \Rightarrow F_i = \rho \cdot L^2 \cdot v^2$$

$$\text{La fuerza de viscosidad tiene por ecuación (tema 1): } F_v = \mu \cdot \frac{V}{y} \cdot S$$

$$\text{Por lo tanto, } F_v = \mu \cdot \frac{V}{L} \cdot L^2 = \mu \cdot v \cdot L$$

El cociente entre las dos fuerzas es el Re:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot v^2}{\mu \cdot L \cdot v} = \frac{\rho \cdot L \cdot v}{\mu}$$

$$\text{Como la viscosidad cinemática } \nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ entonces } \text{Re} = \frac{L \cdot v}{\nu}$$

En el caso de una tubería (sección circular), la longitud característica (L) es el diámetro (D) de la conducción.

$$F_i = m \cdot a = \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot L \cdot \frac{v}{T} = \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v \cdot T \cdot \frac{v}{T} = \rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v^2$$

$$F_v = \mu \cdot \frac{v}{D} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad \text{ya que } y = D \quad \text{y} \quad S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

$$\text{Por lo tanto, } \text{Re}_e = \frac{\rho \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot v^2}{\mu \cdot \frac{v}{D} \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}} = \frac{\rho}{\mu} \cdot v \cdot D = \frac{v \cdot D}{\nu} \Rightarrow \text{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

Por ejemplo, un  $\text{Re} = 40000$  indicaría que las fuerzas de viscosidad apenas tienen importancia frente a las fuerzas de inercia, que son mucho mayores. Se trataría claramente de un régimen turbulento. Con  $\text{Re} = 1800$ , el régimen sería laminar.

La velocidad media que marca el paso de un régimen a otro se conoce como velocidad crítica ( $v_c$ ):

$$v_c = \frac{(\text{Re})_c \cdot \nu}{D}$$

La importancia del número de Reynolds no sólo radica en el hecho de poder determinar la velocidad crítica que caracteriza el régimen de una corriente de líquido. También se utiliza, como veremos más adelante, para el cálculo de pérdidas de carga en conducciones.